

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
ВИЩА МАТЕМАТИКА

рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
галузь знань	12 Інформаційні технології 17 Електроніка та телекомунікації
спеціальність (предметна спеціальність)	122 – Комп'ютерні науки 123 – Комп'ютерна інженерія 125 – Кібербезпека та захист інформації 174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та роботехніка
освітня програма	«Комп'ютерні науки» «Комп'ютерна інженерія» «Кібербезпека» «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
вид дисципліни	обов'язкова
факультет	комп'ютерних наук

РОЗРОБНИК: КУЗНЄЦОВА Вікторія Олександрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики та інформатики

Викладач дисципліни: Кузнєцова Вікторія Олександрівна, канд. фіз.-мат. наук, доцент з во кафедри вищої математики та інформатики факультету математики і інформатики, vkuznietcova@karazin.ua

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни у наданні майбутнім спеціалістам знань у галузі вищої математики.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни Основними завданнями вивчення дисципліни є навчання студентів використовувати сучасний математичний апарат неперервного аналізу теоретичним основам і методам лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, комплексного аналізу, диференціальних рівнянь, теорії стійкості та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру в професійної діяльності для розв'язання задач теоретичного та практичного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

1.3. Кількість кредитів: 17, з них

1 сем. – 5,5 кредитів – «Вища математика»,

2 сем. – 5,5 кредитів – «Вища математика»,

3 сем. – 6 кредитів – «Вища математика»

1.4. Загальна кількість годин: 510 год.

2. Тематичний план навчальної дисципліни I семестр

Розділ1. Елементи лінійної алгебри.

Тема 1. Матриці, визначники та системи лінійних рівнянь..

1. Матриці. Дії з матрицями. Подібні, симетричні, несиметричні, ортогональні та обернені матриці.

2. Визначники матриці. Властивості та обчислення визначників 2-го та 3-го порядків. Мінори, алгебраїчні доповнення, ранг матриці.

3. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним методом. Правило Крамера, методи Гауса, Жордана-Гауса.

Тема 2. Елементи векторної алгебри та теорії лінійних просторів.

1. Поняття вектора. Операції над геометричними векторами. Додавання векторів. Властивості додавання. Добуток вектора на число. Властивості добутку.

2. Означення лінійного векторного простору. Приклади.
3. Лінійні комбінації, лінійна залежність векторів. Необхідні та достатні умови лінійної залежності векторів.
4. Базис лінійного простору. Розмір лінійного простору. Колінеарні та компланарні вектори як приклади відповідно одновимірного та двовимірного лінійного простору.
5. Розклад вектора по базі. Координати вектора. Необхідні та достатні умови колінеарності двох векторів. Необхідні та достатні умови колінеарності двох та компланарності трьох векторів.
6. Ортонормовані бази. Проекція вектора на вісь та півплощину.
7. Скалярний добуток векторів, властивості. Евклідів простір. Довжина (норма) вектора.
8. Кут між векторами. Умова ортогональності двох векторів. Нерівність Коші-Буняковского. Проекції вектора.
9. Перетворення координат. Матриця переходу. Ортогональні перетворення. Орієнтація базисів, орієнтація простору.
10. Орієнтований об'єм трьох векторів, властивості, запис в координатах. Векторний та мішаний добуток векторів, властивості, зв'язок з колінеарністю та компланарністю. Подвійний векторний добуток.
11. Полярна, циліндрична та сферична системи координат. Формули переходу.
12. Власні числа та вектори матриць, методи їх знаходження.

Тема 3. Комплексні числа.

1. Алгебраїчна форма комплексних чисел. Рівні, спряжені, протилежні комплексні числа. Дії над комплексними числами.
2. Геометрична інтерпретація комплексних чисел.
3. Тригонометрична та показникові форми комплексного числа. Формули Ейлера і Муавра.
4. Корінь n -го ступеня з комплексного числа.
5. Розв'язування квадратних рівнянь з дійсними коефіцієнтами та комплексною змінною.

Розділ 2. Елементи аналітичної геометрії.

Тема 4. Алгебраїчні лінії першого порядку на площині і в просторі.

1. Пряма на площині, всеможливі рівняння, взаємне розташування прямих. Поділ відрізка в заданому відношенні (векторний та координатний способи). Пучки прямих.
2. Пряма в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до прямої, кут між прямими.
3. Площина у просторі, всеможливі рівняння, взаємне розташування площин. Пучок площин.
4. Площина в прямокутній системі координат, нормальне рівняння, відстань від точки до площини, півпростори, кут між площинами.
5. Пряма у просторі, всеможливі рівняння, взаємне розташування прямих у просторі, відстань від точки до прямої у просторі, відстань між двома мимобіжними прямими. Знаходження спільного перпендикуляра двох мимобіжних прямих.

Тема 5. Алгебраїчні лінії другого порядку на площині і в просторі.

1. Еліпс, гіпербола, парабола. Директоріальна властивість еліпса і гіперболи. Полярний параметр. Рівняння еліпса, гіперболи, параболи в полярній системі координат.
2. Загальне рівняння кривої другого порядку. Квадратичні форми. Матриця квадратичної форми. Додатно визначені квадратичні форми, критерій Сильвестра.
Перетворення рівняння кривої при перетворенні координат.
3. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду.
4. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку: еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди, циліндри, конуси. Перетин поверхні другого порядку з площиною.

Розділ 3. Границя, неперервність функцій.

Тема 6. Деякі елементи теорії числових множин та логіки.

1. Логічна символіка. Операції над висловлюваннями та їх властивості.

2. Множини. Операції над множинами та їх властивості.
3. Обмежені зверху (знизу) числові множини та їх верхні (нижні) межі. Обмежені числові множини.

Тема 7. Границя функції.

1. Відображення. Образи та прообрази множин. Звуження та продовження відображень. Класифікація відображень. Оборотні відображення та відображення, обернені до них. Композиція відображень. Графік відображення. Приклади.
2. Означення околів та проколотих околів точки в $\mathbb{R}$. Ліві та праві півоколи точки в $\mathbb{R}$. Означення послідовності. Підпослідовності. Означення границі послідовності на мові нерівностей і на мові околів. Збіжні та розбіжні послідовності. Приклади. Нескінченні границі послідовностей. Єдиність границі послідовності.
3. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими послідовностями. Зв'язок між збіжністю послідовності та її обмеженістю.
4. Нерівності між послідовностями, що виконані асимптотично. Теорема про зв'язок нерівностей між границями послідовностей з нерівностями між послідовностями та її наслідки. Теорема про три послідовності.
5. Леми про нескінченно малі послідовності. Теорема про арифметичні властивості границь послідовностей (про границі суми, різниці, добутку та частки).
6. Ознака Вейерштрасса збіжності монотонних послідовностей та її наслідок. Число ϵ (означення та оцінки).
7. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Верхня і нижня границі послідовності.
8. Фундаментальні послідовності, критерій Коші збіжності послідовності.
9. Означення граничної точки числової множини. Загальне означення границі функції за Коші на мові околів. Загальне означення границі функції за Гейне. Теорема про еквівалентність означень границі функції за Коші та за Гейне.
10. Теорема про єдиність границі функції. Достатня умова відсутності границі функції. Теорема про арифметичні властивості границь функцій.
11. Зв'язок між нескінченно малими та нескінченно великими функціями. Лема про нескінченно малі функції.

12. Теорема про граничний перехід у нерівностях та її наслідки. Теорема про три функції. Теорема про границю композиції функцій.

13. Однобічні границі функції в точці. Критерій існування границі функції у двобічній граничній точці на мові однобічних границь. Однобічне прямування функції до своєї границі. Означення монотонних функцій. Теорема Вейерштрасса.

14. Друга чудова границя та її наслідки.

15. Перша чудова границя. Нерівності для синуса та тангенса.

16. Порівняння асимптотичної поведінки функцій при $x \rightarrow a$ (O -символіка). Зв'язок між символами $f(x) = o(g(x))$ ($x \rightarrow a$) і $f(x) = O(g(x))$ ($x \rightarrow a$). Властивості O -символіки.

17. Означення верхньої та нижньої границь функції. Теорема про існування верхньої та нижньої границь функції. Критерій існування границі функції в термінах її верхньої та нижньої границь. Критерій Коші існування скінченної границі функції.

Тема 8. Неперервність функції.

1. Означення неперервної в точці функції. Приклади. Локальні властивості неперервних функцій (теорема про збереження нерівностей, теорема про арифметичні властивості, теорема про композицію для неперервних функцій та лема про збереження знаку функції).

2. Означення неперервної на множині функції. Теорема Вейерштрасса про обмеженість функції, неперервної на відрізьку.

3. Теорема Больцано-Коші про проміжні значення неперервної функції та її наслідок.

4. Означення рівномірно неперервної на множині функції. Теорема Кантора про рівномірну неперервність функції.

5. Класифікація точок розриву.

Розділ 4. Диференційованість функції.

Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.

Дослідження функцій, графіки функцій та криві, задані у декартовій або полярній системах координат.

Тема 9. Диференційованість функції, її диференціал і похідна.

1. Означення диференційованої функції в точці. Приклади знаходження похідної для елементарних функцій. Необхідна умова диференційованості функції у точці та приклад, що спростовує її достатність. Однобічні похідні функції та критерій диференційованості в термінах однобічних похідних.
2. Арифметичні властивості диференційованих у точці функцій. Похідна композиції. Похідна оберненої функції. Приклади. Таблиця похідних основних елементарних функцій.
3. Геометричне тлумачення поняття похідної функції. Рівняння дотичної та нормалі до графіка диференційованої функції.
4. Похідна функцій, заданих параметрично та в полярних координатах. Приклади.
5. Означення диференціала функції в точці. Зв'язок між диференційованістю функції та існуванням похідної функції в точці. Зв'язок між диференціалом і похідною функції в точці. Геометричне тлумачення поняття диференціалу функції. Арифметичні властивості та властивість інваріантності форми диференціалу функції.
6. Внутрішність числової множини. Означення локальних та глобальних (строгих та нестрогих) екстремумів функцій. Теорема Ферма (необхідна умова локального екстремуму диференційованої функції). Приклади, що спростовують достатність цієї умови та показують суттєвість умов теореми.
7. Теорема Ролля та її наслідок. Приклади, що показують суттєвість умов теореми. Теорема Лагранжа. Наслідки теореми Лагранжа. Теорема Коші.

Тема 10. Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.

1. Означення похідних вищих порядків і класів функцій $C_n(X)$, $C^\infty(X)$. Приклад диференційованої функції, яка не є неперервно диференційованою. Похідні вищих порядків деяких елементарних функцій. Означення диференціалів вищих порядків та їх зв'язок з похідними вищих порядків функцій. Порушення інваріантності форми диференціалів вищих порядків. Формула Лейбніца.
2. Правило Лопіталя розкриття невизначеностей типу $\frac{0}{0}$ і $\frac{\infty}{\infty}$.
3. Формула Тейлора для поліномів. Означення полінома Тейлора для функції, що n разів диференційована в точці. Локальна формула Тейлора із залишковим членом у формі Пеано. Формули Маклорена для деяких елементарних функцій. Теорема про залишковий член та її наслідки (залишковий член у формі Лагранжа та Коші). Обчислення

границь функції за допомогою формули Тейлора.

4. Критичні точки. Достатні умови наявності (відсутності) локального екстремуму функції в термінах першої похідної. Достатні умови наявності (відсутності) локального екстремуму функції в термінах вищих похідних.
5. Означення (строго) опуклих та угнутих функцій на проміжку. Геометричне тлумачення опуклості та угнутості. Означення точки перегину графіка функції. Необхідна умова в точці перегину для диференційованих функцій. Достатні умови строгої опуклості функції та наявності (відсутності) точки перегину.

Тема 11. Графіки функцій та криві, задані у декартовій або полярній системах координат.

1. Асимптоти графіка функції. Теорема про знаходження коефіцієнтів асимптот.
2. Схема дослідження функції та побудова її графіка. Приклад.
3. Полярна система координат. Зв'язок декартових координат з полярними. Перехід від кривої, заданої в полярній системі координат, до параметричного подання її в декартовій системі координат. Асимптоти кривих, що задані параметрично в декартовій системі координат. Асимптоти кривих, що задані в полярній системі координат.

II семестр

Розділ 5. Невизначений інтеграл.

Тема 12. Невизначений інтеграл.

1. Означення первісної функції на проміжку. Теорема про структуру множини первісних функцій на проміжку. Приклад функції на проміжку, в якій не існує первісної на цьому проміжку. Невизначений інтеграл і його властивості. Таблиця первісних деяких елементарних функцій. Формула заміни змінної та формула інтегрування частинами для невизначеного інтегралу.
2. Раціональні функції (дроби), розкладення їх на найпростіші. Інтегрування найпростіших раціональних функцій. Метод Остроградського виділення раціональної частини інтеграла.

3. Інтегрування функцій, раціональних відносно радикала з дробово-лінійної функції та незалежної змінної.
4. Інтегрування функцій, раціональних відносно квадратичної ірраціональності та незалежної змінної, за допомогою підстановок Ейлера. Деякі окремі випадки (в тому числі інтегрування відношення полінома та квадратичної ірраціональності).
5. Деякі властивості парних і непарних раціональних функцій і їх використання при інтегруванні раціональних функцій відносно синуса та косинуса. Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування добутку раціональних степенів синуса та косинуса. Інтегрування функцій, раціональних відносно експонент.

Розділ 6. Визначений інтеграл та його застосування.

Тема 13. Визначений інтеграл та його застосування.

1. Розбиття відрізка та набори точок, узгоджені з даним розбиттям. Означення інтегральних сум Рімана, інтеграла Рімана та класу інтегровних за Ріманом функцій. Приклади інтегровних та неінтегровних за Ріманом функцій. Необхідна умова інтегровності функції за Ріманом.
2. Нижні (верхні) суми Дарбу та їх властивості. Означення нижнього (верхнього) Інтеграла Дарбу.
3. Лема Дарбу. Критерій Дарбу інтегровності функцій за Ріманом і його різні еквівалентні формулювання. Критерій Рімана інтегровності функцій у розумінні Рімана.
4. Класи функцій, інтегровних за Ріманом (неперервні на відрізку функції; обмежені функції, що мають на відрізку не більше ніж скінченне число точок розриву; монотонні на відрізку функції).
5. Адитивність інтеграла Рімана як функції відрізка. Лінійність інтеграла Рімана відносно підінтегральної функції. Інтегрованість добутку та модуля інтегрованих за Ріманом функцій. Оцінка модуля інтеграла. Позитивність та монотонність інтеграла Рімана, теорема про середнє (значення) для інтеграла Рімана.
6. Неперервність та диференційованість функції, заданої інтегралом Рімана із змінною верхньою межею інтегрування. Існування первісної у неперервної на відрізку функції. Друга теорема про заміну змінної в інтегралі Рімана.

7. Основна формула інтегрального числення (формула Ньютона-Лейбніца) та її наслідок про відновлення функції за її похідною через інтеграл Рімана. Формула інтегрування частинами для інтеграла Рімана, теорема про заміну змінної в інтегралі Рімана.
8. Основні властивості площ многокутних фігур. Означення нижньої та верхньої площі, взагалі, площі та квадровності множин на площині. Критерій квадровності множин.
9. Квадровність криволінійної трапеції та знаходження її площі.
10. Квадровність криволінійного сектора та знаходження його площі.
11. Довжина кривої. Властивості спрямлюваної кривої. Теорема про обчислення Довжини кривої. Наслідки.
12. Кубовність тіл. Критерій кубовності. Обчислення об'єму тіла, яке здобуто обертанням графіка функції навколо вісі Ox .
13. Квадровність поверхні обертання. Знаходження.

Розділ 7. Невласні інтеграли та числові ряди.

Тема 14. Невласні інтеграли.

1. Означення невластного інтеграла по необмеженому проміжку (інтеграла 1-го роду), його збіжність. Еталонний інтеграл 1-го роду, його збіжність. Критерій Коші збіжності невластного інтеграла по необмеженому проміжку. Критерій збіжності невластного інтеграла від невід'ємної функції. Ознака порівняння збіжності невластних інтегралів і її наслідки. Приклад.
2. Означення абсолютної та умовної збіжностей невластних інтегралів 1-го роду. Зв'язок збіжностей невластних інтегралів від функції та від модуля функції. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності невластного інтеграла 1-го роду. Приклади.
3. Означення невластного інтеграла від необмеженої функції (інтеграла 2-го роду), його збіжність. Еталонний інтеграл 2-го роду, його збіжність. Критерій Коші збіжності невластного інтеграла від необмеженої функції. Критерій збіжності невластного інтеграла від невід'ємної функції. Ознака порівняння збіжності невластних інтегралів і її наслідки. Приклад.
4. Означення абсолютної та умовної збіжностей невластних інтегралів 2-го роду. Зв'язок збіжностей невластних інтегралів від функції та від модуля

функції. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності невластного інтеграла від необмеженої функції (інтеграла 2-го роду). Приклади.

5. Властивості невластних інтегралів (лінійність невластних інтегралів відносно підінтегральної функції; адитивність невластного інтеграла як функції проміжку). Формули заміни змінної та інтегрування частинами для невластних інтегралів. Формула Ньютона-Лейбніца для невластних інтегралів. Головне значення невластного інтеграла.

6. В-функція та Г-функція Ейлера.

Тема 15. Числові ряди.

1. Означення ряду, його часткових сум і збіжності ряду. Найпростіші властивості числових рядів. Критерій Коші збіжності числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Гармонійний ряд. Сума нескінченної геометричної прогресії.

2. Ряди з невід'ємними членами, ознаки їх збіжності (ознака порівняння та її наслідки, ознака Даламбера, радикальна та інтегральна ознаки Коші, ознаки Раабе та Гауса збіжності рядів). Приклади.

3. Ряди з чергуванням знаків і лейбніцевські ряди. Ознака Лейбніца збіжності рядів і її наслідок. Абсолютна та умовна збіжності рядів. Зв'язок збіжності ряду зі збіжністю ряду, складеного з модулів членів вихідного ряду. Ознаки Діріхле та Абеля збіжності рядів. Приклади.

4. Означення перестановок числового ряду. Теореми про збіжність ряду, отриманого перестановкою членів абсолютно збіжного числового ряду. Теорема Рімана. Дії з рядами. Означення добутку числових рядів. Теорема Коші про добуток рядів.

Розділ 8. Невласні інтеграли та числові ряди.

Тема 16. Функціональні послідовності та ряди. Степеневі ряди.

1. Означення функціональних послідовностей та функціональних рядів. Означення збіжності та рівномірної збіжності на множині функціональних послідовностей та функціональних рядів. Відповідні приклади. Критерій Коші рівномірної збіжності на множині функціональних послідовностей та

функціональних рядів. Критерій рівномірної збіжності функціональних послідовностей, наслідок. Необхідна умова рівномірної збіжності функціонального ряду.

2. Теорема про рівномірну збіжність функціонального ряду, члени якого отримані помноженням членів рівномірно збіжного ряду на обмежену функцію. Ознаки Вейерштрасса, Абеля та Діріхле рівномірної збіжності функціональних рядів.

3. Теорема про неперервність суми функціонального ряду. Теорема про інтегрованість суми функціонального ряду (теорема про почленне інтегрування функціонального ряду). Теорема про диференціюваність суми функціонального ряду (теорема про почленне диференціювання функціональних рядів).

4. Означення степеневого ряду. Формули для обчислення радіусу збіжності степеневого ряду (Коші-Адамара, Даламбера). Теорема про абсолютну збіжність степеневих рядів. Теорема Абеля. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду на відрізку.

5. Арифметичні дії над степеневими рядами.

6. Означення аналітичної функції в точці. Властивості аналітичних функцій (необхідна та достатньо умови аналітичності функції у точці). Приклад нескінченно диференційованої числової функції дійсного аргументу, яка не є аналітичною.

7. Степеневі ряди з комплексними членами.

Розділ 9. Метричні простори.

Диференціальне числення функцій кількох змінних.

Тема 17. Метричні простори. Диференціальне числення функцій кількох змінних.

1. Означення метрики та метричного простору. Приклад $(\mathbb{R}^n, \rho)$. Відкриті (замкнені) множини у метричному просторі $(\mathbb{R}^n, \rho)$, приклади. Властивості відкритих (замкнених) множин в $(\mathbb{R}^n, \rho)$. Означення ε -околів та проколотих ε -околів.

2. Означення діаметра множини та обмеженої множини. Властивість віддільності точок у метричному просторі. Граничні точки множин.

Означення ізольованих, внутрішніх, зовнішніх і межових точок множин у метричних просторах. Замикання множин, компакти у просторі $\mathbb{R}^n$.

3. Означення послідовностей у просторі $\mathbb{R}^n$. Означення границі послідовності у просторі $\mathbb{R}^n$. Збіжні та фундаментальні послідовності. Зв'язок між фундаментальністю послідовності та її збіжністю. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Ознака компактності.

4. Означення границі функції кількох змінних за Коші та за Гейне. Границя функції по множині. Означення неперервності функцій кількох змінних. Теорема Вейерштрасса. Рівномірна неперервність функцій кількох змінних. Теорема Кантора та теорема про Границю композиції відображень. Приклад функції двох змінних, для якої не існує всебічної границі, але існує границя за будь-яким напрямком.

5. Означення диференційованості в точці функції кількох змінних, диференціала та похідної функції в точці. Необхідна умова диференційованості функції (зв'язок між неперервністю та диференційованістю функції в точці). Означення частинних похідних функцій в точці та теорема про зв'язок диференційованості функції в точці з диференційованістю в цій точці за окремими змінними. Приклад функції двох змінних, для якої існують усі частинні похідні у точці, але яка не є диференційованою у цій точці.

6. Достатня умова диференційованості функції в точці. Означення неперервної диференційованості відображення та її зв'язок з неперервністю частинних похідних координатних функцій. Геометричне тлумачення диференційованості функції двох змінних (в тому числі рівняння дотичних та нормальних площин до графіку функції, тлумачення диференціалу).

7. Правила диференціювання функцій кількох змінних (теорема про диференційованість композиції та її наслідок (формула для обчислення частинних похідних складної функції кількох змінних, інваріантність форми першого диференціала).

8. Похідна функції за напрямком. Теорема про існування похідних за всіма напрямками для диференційованої у внутрішній точці функції та зв'язок похідної за напрямком з градієнтом функції. Геометричний зміст градієнта функції. Ортогональність градієнта функції в точці до лінії рівня, що проходить через цю точку.

9. Частинні похідні функції m -порядку в точці. Необхідні (достатні) умови m разів диференційованості функції в точці.

10. Теорема Шварца про рівність змішаних похідних другого порядку. Зв'язок диференціалів функції з частинними похідними. Диференціали вищих порядків для функції багатьох змінних, їх неінваріантність.
11. Формула Тейлора для функцій кількох змінних із залишковим членом у формі Пеано. Формула Тейлора для функцій кількох змінних із залишковим членом у формі Лагранжа.
12. Означення функції, заданої у неявному вигляді. Теорема про існування функції, заданої неявно. Теорема про диференційованість неявних функцій.
13. Неявні функції кількох змінних. Теорема про існування та диференційованість неявних функцій кількох змінних.
14. Неявні функції, задані за допомогою системи рівнянь. Матриця Якобі, якобіан системи рівнянь. Теорема про розв'язок та диференційованість розв'язку системи.

Розділ 10. Екстремуми функцій кількох змінних.

Тема 18. Екстремуми функцій кількох змінних.

1. Означення локальних екстремумів (строгих та нестрогих) функцій кількох змінних. Необхідна умова внутрішнього екстремуму диференційованої функції, наслідок.
2. Достатні умови наявності (відсутності) локального внутрішнього екстремуму в стаціонарній точці двічі диференційованої функції, наслідок для випадку функції двох змінних.
3. Означення умовного екстремуму функції кількох змінних. Метод невизначених множників Лагранжа. Приклад знаходження умовного екстремуму за означенням та за методом Лагранжа.
4. Метод найменших квадратів.

Розділ 11. Кратні інтеграли Рімана.

Тема 19. Подвійні інтеграли

1. Задача про об'єм циліндричного бруса. Розбиття прямокутника, діаметр розбиття прямокутника, інтегральні суми, подвійні інтеграли по прямокутнику. Означення інтегрованої за Ріманом функції на прямокутнику.

Необхідна умова інтегрованості за Ріманом. Верхні та нижні суми Дарбу та їх властивості. Критерій Рімана інтегрованості за Ріманом обмеженої функції, визначеної на прямокутнику.

2. Подвійний інтеграл по довільній обмеженій множині. Достатні умови інтегрованості функції. Приклад знаходження подвійного інтеграла за означенням.

3. Властивості подвійного інтегралу (адитивність подвійного інтеграла Рімана як функції множини, лінійність подвійного інтеграла відносно підінтегральної функції двох змінних, інтегрованість добутку та модуля інтегрованих функцій, оцінка модуля інтеграла, позитивність та монотонність подвійного інтеграла, теорема про середнє (значення) для подвійного інтеграла).

4. Лема про обчислення подвійних інтегралів від інтегрованої на прямокутнику функції за допомогою повторних. Теорема про обчислення подвійних інтегралів від інтегрованої на криволінійній трапеції функції за допомогою повторних. Приклад обчислення подвійного інтеграла за допомогою цієї теореми.

5. Площа поверхні. Знаходження площі поверхонь, які задані різними способами (явно та за допомогою параметрів).

6. Застосування подвійних інтегралів в механіці.

Тема 20. Потрійні інтеграли

1. Задача про обчислення маси тіла. Розбиття паралелепіпеда, діаметр розбиття паралелепіпеда, інтегральні суми, потрійні інтеграли по паралелепіпеду. Означення інтегрованої за Ріманом функції на паралелепіпеду. Необхідна умова інтегрованості за Ріманом. Верхні та нижні суми Дарбу та їх властивості. Критерій Рімана інтегрованості

За Ріманом обмеженої функції, визначеної на паралелепіпеду. Потрійний інтеграл по Довільному тілу.

2. Достатні умови інтегрованості функції Просторова міра Жордана. Властивості потрійного інтегралу. Обчислення потрійних інтегралів за допомогою повторних.

3. Заміна змінних в потрійних інтегралах. Сферичні та циліндричні координати, знаходження об'єму.

4. Застосування потрійних інтегралів у механіці.

5. Многократні інтеграли. Теорема Фубіні.

III семестр

Розділ 12. Криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля.

Тема 21. Криволінійні інтеграли.

1. Задача про знаходження маси кривої. Означення криволінійного інтеграла 1-го роду по простій гладкій кривій, його незалежність від вибору параметризації та теорема про його зведення до інтеграла Рімана. Властивості криволінійних інтегралів 1-го роду.
2. Орієнтована крива. Криволінійний інтеграл 2-го роду, його властивості. Зведення криволінійного інтегралу 2-го роду до визначеного інтегралу.
3. Зв'язок між криволінійними інтегралами 1 та 2-го роду. Фізичне тлумачення криволінійних інтегралів 2-го роду.
4. Означення гладкої, регулярної, замкнутої кривої, простого замкнутого контуру; замкнутої області, однозв'язної області; додатного напрямлення обходу контуру. Формула Гріна., наслідки (знаходження площин множин).
5. Означення векторного, потенційного поля. Критерій потенційності поля. Теорема про незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від путі інтегрування (достатня умова потенційності поля).
6. Еквівалентні постановки задачі про незалежність криволінійного інтеграла 2-го роду від путі інтегрування та критерій такої незалежності. Критерій потенціальності поля у $\mathbb{R}^2$.

Тема 22. Поверхневі інтеграли

1. Односторонні та двосторонні поверхні. Сторона поверхні. Знаходження направляючих косинусів нормалі для поверхонь, які задані явно та за допомогою параметрів. Орієнтація поверхні. Прості кусково-гладкі поверхні.
2. Поверхневі інтеграли 1-го роду по двостороннім кусково -гладким поверхням. Зведення поверхневого інтегралу 1-го роду до подвійних інтегралів, наслідки. (для поверхонь, які задані за допомогою параметрів, явно, знаходження площини поверхні).
3. Поверхневі інтеграли 2-го роду по вибраній стороні поверхні. Зв'язок між поверхневими інтегралами 1-го и 2-го родів по двостороннім гладким поверхням. Незалежність поверхневого інтеграла 2-го роду від вибору параметризації при фіксованій орієнтації та його залежність від орієнтації поверхні. Формула для обчислення поверхневого інтеграла 2-го роду через кратний інтеграл.

Тема 23. Елементи теорії поля.

1. Скалярні, векторні поля. Оператор Гамільтона, градієнт. Дивергенція, циркуляція, ротор, потік векторного поля. Критерій потенціальності векторного поля та критерій соленоїдальності векторного поля в області в термінах елементів теорії поля.
2. Формула Стокса. Формула Гауса-Остроградського. Їх формулювання у термінах векторного аналізу.

Розділ 13. Функції комплексної змінної.

Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Формула Коші. Ряди Лорана.

Тема 24. Функції комплексної змінної. Диференційованість та інтегрованість функцій комплексної змінної. Ряди Лорана.

1. Функції комплексної змінної. Границя, неперервність та диференційованість функції комплексної змінної. Умови Коші-Рімана (Даламбера-Ейлера).
2. Геометричне тлумачення аргументу та модуля похідної. Конформні відображення.
3. Елементарні функції комплексної змінної.
4. Інтегрованість функції комплексної змінної. Формула Коші.
5. Ізольовані точки, їх класифікація. Ряди Лорана.
6. Лишки та їх застосування до обчислення інтегралів.

Розділ 14. Диференціальні рівняння та системи диференціальних рівнянь. Перетворення Лапласа.

Тема 25. Диференціальні рівняння.

1. Диференціальні рівняння (ДР) n -го порядку. Задача Коші ДР. Геометрична інтерпретація ДР 1-го порядку. Нормальна система (НС) ДР. Зведення ДР к НС. Задача Коші НС.

2. Рівняння з відокремленими змінними та рівняння, які до них зводяться.
3. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Методи інтегруючого множника та варіації довільної сталої. Рівняння у повних диференціалах.
4. Лінійні диференціальні рівняння вищого порядку. Принцип суперпозиції. Детермінант Вронського. Теорема про розв'язки лінійних ДР.
5. Лінійні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Рівняння Ейлера. Теорема про розв'язки лінійних ДР. Метод варіації довільних сталих.
6. Лінійні системи диференціальних рівнянь.
7. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Тема 26. Перетворення Лапласа.

1. Зображення Лапласа для кусково-неперервної функції. Оригінал, показник росту функції. Знаходження зображення Лапласа для косинуса та зв'язок з зображенням Лапласа для синуса. Функція Хевісайда. Теорема про єдиність, наслідок.
2. Властивості зображень Лапласа (подібність, лінійність, зміщення, диференційованість зображення та оригінала, інтегрування зображення та запізнення оригінала). Операція згортки функцій та її властивості. Формула Дюамеля.
3. Застосування операційного зчислення в диференціальних рівняннях.

Тема 27. Теорія стійкості.

1. Основні поняття теорії стійкості. Геометричний зміст стійкого розв'язку.
2. Стійкість лінійних систем диференціальних рівнянь.
3. Теорема Ляпунова про дослідження на стійкість за першим наближенням.
4. Функція Ляпунова.

3. Методи навчання

Лекційно-практичні, пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові. В умовах воєнного стану заняття проводяться дистанційно (за допомогою платформ ZOOM, GOOGLE CLASS).

4. Методи контролю

Протягом вивчення курсу вищої математики використовуються наступні види контролю:

1. вхідний (контрольна робота на початку I семестру);
2. облік відвідування аудиторних занять, опитування на практичних заняттях, перевірка домашніх завдань;
3. поточний семестровий (контрольні роботи, індивідуальні навчальні завдання протягом кожного семестру);
4. підсумковий семестровий (екзамен у кожному семестрі, письмово).

5. Схема нарахування балів

I семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання							Екзамен	сума
Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	Розділ 4	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуал ьні завдання	Разом		
T1-T3	T4, T5	T6-T8	T9-T11	20	40	60	20	100

T1, T2, ... – теми розділів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати **не менше 10 балів** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

II семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання										Екзамен	СУМА
Розділ5	Розділ6	Розділ7	Розділ8	Розділ9	Розділ10	Розділ11	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальні завдання	Разом		
T12	T13	T14,T15	T16	T17	T18	T19,T20	20	40	60	40	100

T1, T2, ... – теми розділів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати **не менше 10 балів** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

III семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Екзамен	СУМА
Розділ 12	Розділ 13	Розділ 14	Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальні завдання	Разом		
T21-T23	T24	T25-T-27	20	40	60	40	100

T1, T2, ...– теми розділів.

Для допуску до складання підсумкового контролю (заліку, або екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати **не менше 10 балів** з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

6. Рекомендована література

Основна література

1. Тріщ Б.М. Основи вищої математики. Навчальний посібник.— Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 385 с.
2. Тріщ Б.М. Основи вищої математики. Теореми, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2008. 403 с.
3. Тріщ Б.М. Аналітична геометрія і лінійна алгебра. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 245 с.
4. Копитко, О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Вища математика. Елементи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. Тексти лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 301 с.

5. Зеліско Г.В., Цаповська Ж.Я. Тестові завдання для самоконтролю по темах “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” для студентів фізичного факультету та факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2014. – 62 с.
6. Ковальчук Б.В., Тріщ Б.М. Основи аналітичної геометрії та лінійної алгебри. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. 270 с.
7. Ковальчук Б.В., Дідик В.З., Вербка І.І., Тріщ Б.М. Аналітична геометрія й основи лінійної алгебри. Київ. НМК ВО. 1993.
8. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика: Елементи аналітичної геометрії. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. К. – 1984.
9. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 1. Вступ у математичний аналіз. Курс лекцій. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 209с.
10. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Ряди. Курс лекцій. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 223 с.
11. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 3. Функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння. Курс лекцій. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 223 с.
12. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Ч. 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. – 270 с.
13. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Ч. 2. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 280 с.
14. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Математичний аналіз. Ч. 3. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 270 с.
15. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина I (Вступ в аналіз. Диференціальне числення функції однієї змінної), Київ, 1993.
16. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина II (Інтегральне числення функції однієї змінної. Числові та функціональні ряди), Київ, 1993.
17. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина III (Диференціальне числення функцій багатьох змінних), Київ, 2001.

18. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 256 с.
19. Тріщ Б.М. Вища математика. Збірник індивідуальних завдань. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2020. 149 с.
20. Доманська О.В. Збірник типових модульних завдань з вищої математики. Частина І. Лінійна алгебра. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 80 с.
21. Давидов М.О.. Курс математичного аналізу. Т. 1. – Київ: “Вища школа”, 1990. – 380 с.
22. Давидов М.О.. Курс математичного аналізу. Т. 2. – Київ: “Вища школа”, 1991. – 365 с.
23. Єжов С.М., Разумова М.А. Теорія функцій комплексної змінної. навчальний посібник, К, ВПЦ «Київський університет», 2012
24. Т.А. Мельник, Комплексний аналіз . підручник, Київ: ВПЦ «Київський університет», 2015

Методичне забезпечення

1. Гордевский В.Д. Поверхневi інтеграли. Формули Стокса та Гауса-Остроградського – Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2006 (методичні вказівки та індивідуальні залікові завдання з математичного аналізу).
2. Мильо О.Я. , Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та індивідуальні завдання до вивчення розділу вищої математики “Диференціальне числення функції однієї змінної” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 62 с.
3. Мильо О.Я., Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.
4. Комплексний аналіз. Приклади і задачі. (за редакцією В.Г.Самойленка). КНУ ім.Т.Шевченка., 2010.